UOT 511

MƏKTƏB RİYAZİYYAT KURSUNDA "SADƏ VƏ MÜRƏKKƏB ƏDƏDLƏR" MÖVZUSUNUN TƏDRİSİNƏ DAİR

Rizvan Yusif oğlu Bağırov
fizika-riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Mingəçevir Dövlət Universiteti
rizvan.baghirov@mdu.edu.az

Məhparə Səməd qızı Məmmədova
Mingəçevir Dövlət Universiteti
mahpara.mammadova@mdu.edu.az

Xülasə

Məqalə sadə və mürəkkəb ədədlər haqqında bəzi xronoloji məlumatlarla yanaşı, həm də bu ədədlərə aid maraqlı teoremlərə həsr olunmuşdur.
İşdə 10 teorem verilmişdir. Bunlardan beşinin isbatı verilmiş, digər beşi isə isbatsız verilmişdir. Evklidin teoremi "Başlanğıc" əsərinin doqquzuncu kitabında 20-ci teorem kimi maraq doğurur. Məqalədə sadə və mürəkkəb ədədlərə aid nəzəri materiallarla yanaşı praktik məsələlərə də yer verilmişdir.
Açar sözlər: *natural ədədlər, sadə və mürəkkəb ədədlər, teoremlər, çoxluq*

Yalnız iki böləni olan natural ədədə sadə ədəd deyilir. Məsələn:

$$2;\ 3;\ 5;\ 7;\ ...;\ 31;\ 37;\ ...$$

İkidən artıq böləni olan natural ədədə mürəkkəb ədəd deyilir. Məsələn:

$$4;\ 6;\ 8;\ ...;\ 25;\ 27;\ ...$$

Vahidin bir böləni var, o da özüdür. Ona görə də vahid nə sadə ədəddir, nə də mürəkkəb ədədddir.

Hələ qədim zamanlardan sadə ədədlər riyaziyyatçı alimlərin diqqətini cəlb etmiş və sadə ədədlər üçün ümumi düstur tapmağa çalışmışlar.

Məşhur fransız riyaziyyatçısı Ferma elə hesab etmişdir ki,

$$2^{2^n}+1$$

ifadəsi n-nin 0; 1; 2; 3; 4; 5; ... qiymətlərində sadə ədəd olur. O, yalnız n=0; 1; 2; 3 qiymətlərində alınmış 3; 5; 17; 257 sadə ədədlərə görə bu nəticəyə gəlmiş, digər qiymətləri yoxlamamışdır.

Sonralar, XVIII əsrdə Eyler isbat etmişdir ki, n=5 olduqda həmin ifadənin qiyməti mürəkkəb ədəddir və 4294967297 olmaqla 641-ə bölünür. Bundan sonra məlum oldu ki,

$$n = 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 11;\ 12;\ 18;\ 23$$

qiymətlərində də verilmiş ifadənin qiymətləri mürəkkəb ədəd olur [4].

Beləliklə, yaşadığımız hazırki dövrə qədər elə bir düstur tapmaq mümkün olmamışdır ki, onun qiymətləri həmişə sadə ədəd olsun.

Lakin sadə və mürəkkəb ədədlərə aid müxtəlif maraqlı təkliflər isbat olunmuşdur. Məsələn, bizim eradan əvvəl təxminən 276-194-cü illərdə yaşamış yunan riyaziyyatçısı və astronomu Eratosfen ilk dəfə sadə ədədlərin cədvəlini tərtib etmişdir ki, bu da "Eratosfen şəbəkəsi" və ya "Eratosfen cədvəli" kimi riyaziyyatda məşhurdur.

Natural ədədlər sırasında sadə ədədlərin paylanmasının heç bir qanunauyğunluğu yoxdur.

Tərif: Fərqi vahidə bərabər olan sadə ədədlərə qoşa sadə ədədlər deyilir. Natural ədədlər içərisində belə ədədlər cütdür: 2 və 3.

Tərif: Fərqi 2-yə bərabər olan sadə ədədlərə əkiz sadə ədədlər deyilir. Məsələn: 3 və 5; 5 və 7; 11 və 13; 17 və 19 və s.

Sadə ədədlərin axırıncı rəqəmi 1; 3; 7 və 9 rəqəmlərindən biri ola bilər.

Sadə və mürəkkəb ədədlərə aid bəzi maraqlı teoremləri isbatla və isbatsız verək.

Teorem 1. İstənilən sadə ədəd, onun misli olmayan ixtiyari tam ədədlə qarşılıqlı sadədir.

İsbatı: Doğrudan da, sadə ədəd vahiddən və özündən başqa ona bölünməyən istənilən tam ədədlə qarşılıqlı sadə olur, ona görə ki, onların ortaq böləni vahid olur.

Teorem 2. Vahiddən böyük hər bir natural ədədin ən azı bir sadə böləni var (isbatsız).

Teorem 3. Mürəkkəb ədədlər çoxluğu sonsuz çoxluqdur.

İsbatı: Əksinə fərz edək. Fərz edək ki, mürəkkəb ədədlər çoxluğu sonludur. Ən böyük mürəkkəb ədədi N ilə işarə edək. Onda N-nin misilləri olan $2N$; $3N$; $4N$ və sairə N-dən böyük olmaqla mürəkkəb ədəd olur. Bu da mürəkkəb ədədlər çoxluğunun sonsuz olduğunu göstərir.

Teorem 4. Sadə ədədlər çoxluğu sonsuz çoxluqdur.

Bu teorem məşhur yunan riyaziyyatçısı Evklidin adı ilə adlanır. Bu teoremin isbatı "Başlanğıc" əsərinin 9-cu kitabında Evklidin 20-ci teoremi kimi verilmişdir.

İsbatı: Əksinə fərz edək. Fərz edək ki, sadə ədədlər çoxluğu sonlu çoxluqdur. Ən böyük sadə ədədi k ilə, sadə ədədlərin hasilini isə P ilə işarə edək. Onda

$$2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot...\cdot k=P$$

Hasilə 1 əlavə edək, yəni $P+1$ olsun. Əgər $P+1$ ədədi sadə ədəddirsə, onda teorem isbat olunur. Ona görə ki,

$$P+1> k.$$

Əgər $P+1$ mürəkkəb ədəd olarsa, onda onun özündən və vahiddən başqa heç olmazsa, bir sadə böləni var. Bu sadə bölən teoremin şərtində verilmiş

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, ..., k$$

sadə ədədlərindən biri ola bilməz, ona görə ki, $P+1$ ədədi bu sadə ədədlərin heç birinə bölünmür. Deməli, $P+1$ ədədinin sadə böləni elə k_1 ədədidir ki, $k_1 > k$-dır. Analoji mühakimə ilə isbat olunur ki, k_1 sadə ədədi də ən böyük deyil. Deməli, sadə ədədlər çoxluğu sonsuzdur [3].

Qeyd: $P+1$ ədədinin sadə və mürəkkəb olmasına aid bir nümunəyə baxaq.

$2+1=3$ sadə ədəddir.

$2\cdot3+1=7$ sadə ədəddir.

$2\cdot3\cdot5+1=31$ sadə ədəddir.

$2\cdot3\cdot5\cdot7+1=211$ sadə ədəddir.

$2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11+1=2311$ sadə ədəddir.

$2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13+1=30031=59\cdot509$ mürəkkəb ədəddir.

$2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot17+1=510511=19\cdot97\cdot277$ mürəkkəb ədəddir.

Bu onu göstərir ki, doğrudan da $P+1$ ədədi həm sadə, həm də mürəkkəb ədəd ola bilər.

Teorem 5. Hər bir mürəkkəb ədədin, onun kvadrat kökündən böyük olmayan ən azı bir sadə böləni var (isbatsız).

Teorem 6: N ədədi $\sqrt{N}$-dən kiçik olan sadə ədədlərin heç birinə bölünmürsə, onda N ədədi sadə ədədir (isbatsız).

Misal: 919-un sadə ədəd olduğunu yoxlayaraq. $\sqrt{919}$ -dan kiçik olan sadə ədədlər

$$2; 3; 5; 7; ...; 29$$

olur. 919 ədədi bu sadə ədədlərin heç birinə bölünmür. Ona görə də 919 sadə ədəddir.

Teorem 7. 3-dən böyük hər bir sadə ədəd $6n\pm1$ şəklində göstərilə bilər. ($n=1; 2; 3; 4; ...$)

İsbatı: Tutaq ki, P sadə ədəddir və $P>3$. P ədədini 6-ya bölsək,

$$P=6q+r \qquad 0<r<6$$

olar.

Əgər $r=0; 2; 3$ və 4 olarsa, onda $P=6q$, $P=6q_1+2$, $P=6q_2+3$, $P=6q_3+4$ bərabərlikləri alınır ki, bu da P-nin mürəkkəb ədəd olduğunu göstərir [2]. Deməli,

$r=0; 2; 3; 4$ ola bilməz.

$r=1$ olarsa, $P=6q_4+1$ olar.

$r=5$ olarsa, $P=6q_5+5= 6q_5+6-1=6q_6-1$

olar.

Beləliklə,

$$P=6q_4+1 \text{ və } P=6q_6-1$$

olur. Deməli, P sadə ədəd olduqda r=1 və ya r=5 olmalıdır. Lakin bu təklifin tərsi doğru deyil. Ona görə ki, istənilən natural ədədi 6-ya böldükdə qalıq 1 və ya 5 olarsa, həmin ədəd sadə olmaya da bilər.

Deməli, 3-dən böyük hər bir sadə ədədi $6n\pm1$ şəklində göstərmək olur, lakin $6n\pm1$ şəklində olan hər bir ədəd sadə ədəd olmaya da bilər. Məsələn:

$5=6\cdot1-1$	$121=6\cdot20+1$
$7=6\cdot1+1$	$119=6\cdot20-1$
$17=6\cdot3-1$	$35=6\cdot6-1$
$19=6\cdot3+1$	$95=6\cdot16-1$
$31=6\cdot5+1$	$49=6\cdot8+1$
$71=6\cdot12-1$	$25=6\cdot4+1$

Teorem 8. $P=4k+3$ şəklində olan sadə ədədi iki natural ədədin kvadratları cəmi kimi göstərmək olmaz (isbatsız).

Teorem 9. İkidən başqa hər bir sadə ədədi iki ardıcıl natural ədədin kvadratları fərqi şəklində göstərmək olar.

İsbatı: Tutaq ki, P sadə ədədi x və y kimi iki natural ədədin kvadratları fərqi şəklində göstərilə bilir.

$$P=x^2-y^2 \quad \text{və} \quad x>y$$

$$P=(x-y)(x+y)$$

P sadə ədəd olduğu üçün

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=P \end{cases}$$

olur.

Buradan da $x=\frac{p+1}{2}$ və $y=\frac{p+1}{2}$ alırıq. Beləliklə, $P\neq2$ olduqda

$$P=\left(\frac{p+1}{2}\right)^2-\left(\frac{p-1}{2}\right)^2$$

olur. Məsələn:

$5=3^2-2^2$	$13=7^2-6^2$
$11=6^2-5^2$	$17=9^2-8^2$

Lakin bu teoremin tərsi doğru deyil. Yəni istənilən iki ardıcıl natural ədədin kvadratları fərqi sadə ədəd olmaya da bilər. Məsələn:

$$5^2-4^2=9$$

$$11^2-10^2=21$$

$$32^2-31^2=63$$

Teorem 10. İstənilən mürəkkəb ədədi sadə vuruqlarına ayırmaq olar və bu ayrılış yeganədir (isbatsız) [1].

Sadə və mürəkkəb ədədlərə aid daha bir neçə teoremi isbatla və isbatsız vermək olar.

İstifadə edilmiş ədəbiyyat

1. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Лекции и задачи по элементарной математике. М.: Наука, 1974, 454 с.
2. Sadıqov N.A. Riyaziyyatın ibtidai kursunun elmi əsasları. Bakı: Maarif, 1991, 346 s.
3. Feyzayev S.A., Şükürov R.Y. Riyaziyyatın ibtidai kursunun əsasları. Bakı: ADPU-nun nəşriyyatı, 2010, 555 s.
4. Nağıyev Ə. Ədədi sistemlər. Bakı: Maarif, 1976, 348 s.

R.Y.Baghirov
doctor of philosophy in physics and mathematics, associate professor
Mingachevir State University

M.S.Mammadova
Mingachevir State University

On teaching the topic "Simple and complex numbers" on the school mathematics course

Abstract

Taking into account modern approaches to the teaching of mathematics, the article develops a teaching methodology of "System of equations of exponential equations" in secondary schools, as well as methods of solving some systems of exponential equations known in the existing literature but not in secondary school textbooks. The aim was to increase students' interest in the science of mathematics, to easily solve the system of surface equations with a high degree of difficulty in their subject olympiads.

Keywords: *mathematics, system of exponential equations, substitution method, new variable input method, algebraic addition method*

Р.Ю.Багиров
доктор философии по физико-математике, доцент
Мингячевирский государственный университет

М.С.Мамедова
Мингячевирский государственный университет

О преподавании темы «Простые и сложные числа» в школьном курсе математики

Резюме

В статье представлена некоторая хронологическая информация о простых и сложных числах, а также интересные теоремы об этих числах.

В работе дано 10 теорем. Пять из них доказаны, а остальные пять даны без доказательств. Теорема Эвклида вызывает интерес как 20-я теорема в девятой книге «Начало». Помимо теоретических материалов по простым и сложным числам, статья также затрагивает практические вопросы.

Ключевые слова: *натуральные числа, простые и сложные числа, теоремы, множество*

Elmi redaktor: f.-r.f.d., dos. S.Mustafayev
Çapa təqdim edən redaktor: tex.f.d., dos. A.Əliyeva
Daxil olub: 03.03.2022
Çapa qəbul edilib: 18.03.2022