UOT 517.1

RİYAZİYYATDA OPTİMALLAŞDIRMA MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLL ALQORİTMİ

Vilayət Uğurlu oğlu Əhmədov
Mingəçevir Dövlət Universiteti
vilayet.ahmadov@mdu.edu.az

Xülasə: *Məqalə riyaziyyat təlimi prosesində ekstremumun tapılmasına aid məsələlərin həlli ilə şagirdlərin optimallaşdırma bacarıqlarının formalaşdırılması və inkişaf etdirilməsi probleminə həsr olunmuşdur. Əvvəlcə şagirdlərin optimallaşdırma bacarıqlarının mənası açıqlanır. Sonra optimallaşdırma məsələlərinin həlli zamanı şagirdlərin fəaliyyət alqoritmi nümunələr üzərində illüstrasiya olunur.*

Açar sözlər: *kəmiyyətin maksimum və minimum tapılması məsələləri, optimallaşdırma məsələləri, şagirdlərin optimallaşdırma fəaliyyəti, alqoritm*

Giriş

Müasir dövrdə cəmiyyətin məktəb qarşısında qoyduğu əsas vəzifələrdən biri də XXI əsr bacarıqlarına (yaradıcılıq, innovativlik, tənqidi təfəkkür və problemi həlletmə, kommunikativlik, əməkdaşlıq, informasiya savadlılığı və s.) malik yaradıcı fəaliyyət göstərməyi bacaran insanlar yetiçdirməkdir [1]. Bu vəzifələri yerinə yetirmək üçün ümumtəhsil məktəblərində şagirdlərdə müstəqil tədqiqatçılıq və yaradıcılıq vərdişlərinin aşılanmasına, onları düşünməyə sövq edən, təfəkkür çevikliyini inkişaf etdirən, tətbiqi xarakter daşıyan, interaktiv xüsusiyyətə malik sistemli dərs məşğələlərinin həyata keçirilməsi zəruridir. Riyazi məşğələlər şagirdlərin məntiqi mühakimə yürütmək, yeni problemlər qoymaq, qeyri-müəyyən şərtlərdə və seçimlər çoxluğunda innovativ həll yolu tapmaq, qazanılmış biliklərdən istifadə etmək, şəxsi aktivlik göstərmək, tədqiqat aparmaq, əqli mühakimə üsullarından istifadə etmək və s. bacarıqlarının inkişaf etdirilməsini təmin edir [2].

Məsələnin qoyuluşu

Real həyati situasiyalarda optimal variantların seçilməsi ilə bağlı müəyyən funksiyanın ekstremumlarının tapılması zərurəti yaranır. Gündəlik həyatda tez-tez müxtəlif sahələrə aid problemlərin həlli zamanı ən böyük gəlir, ən az maya dəyəri, ən yüksək gərginlik, ən böyük həcm, ən böyük sahə və s. kimi terminlərin işlədildiyinin şahidi oluruq. Sənayedə qablaşdırma zamanı verilən daha az material sərf etməklə maksimum tutumu olan qutunun ölçülərinin müəyyən edilməsini dizayn etmək və s. böyük iqtisadi əhəmiyyət kəsb edir. Bu çür məsələlərin həlli kəmiyyətin maksimum və ya minimum qiymətlərinin tapılması ilə bağlı olur. Kəmiyyətin maksimum və ya minimum qiymətlərinin tapılması məsələlərini törəmənin tətbiqi ilə həll etmək əlverişlidir [3].

Məsələnin həlli

Belə məsələlərin həlli müəyyən aralıqda kəsilməz funksiyanın ən böyük və ya ən kiçik qiymətlərinin tapılmasına gətirilir.

$y = f(x)$ funksiyasının $[a, b]$ parçasında ən böyük (ən kiçik) qiymətinin tapılması alqoritmi aşağıdakı kimidir:

1) $f(a)$və $f(b)$ hesablamaq;
2) $f'(x)$ tapmaq
3) $f'(x) = 0$ tənliyini həll etmək;
4) tənliyin köklərinin $[a, b]$ intervalına daxil olub-olmamasını müəyyən etmək;
5) əgər $x_1, x_2, \dots, x_n$ kökləri $[a, b]$ intervalına daxildirsə, onda $f(a)$, $f(b)$, $f(x_1)$, $f(x_n), \dots, f(x_n)$ qiymətləri arasından ən böyük (ən kiçik) qiyməti tapmaq;

Əks halda $f(a), f(b)$ qiymətlərindən ən böyük (ən kiçik) qiyməti seçmək [4].

Şagirdlər optimallaşdırma məsələlərini həll edərkən aşağıdakı prosedur qaydalara əməl etməlidir.

1) Məsələni diqqətlə oxumaq. Uyğun şəkil çəkmək;

2) Uyğun dəyişənlərin və sabitlərin, nəyin dəyişdiyini, nəyin sabit qaldığının və hansı vahidlərdən istifadə olunduğunun siyahısını tərtib etmək. Çəkdiyiniz şəkildə ölçü vahidləri varsa, onları işarələmək;

3) Uyğun x parametri seçmək və axtarılan kəmiyyəti $F(x)$ funksiyası kimi ifadə etmək. Bu funksiyanın ekstremumlarını tapmaq;

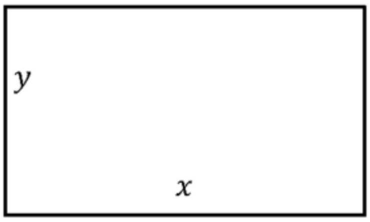
4) Alınmış nəticənin nə kimi tətbiqi mənasının olduğunu izah etmək.

Nümunələr

Ekstremumun tapılmasına aid məsələlərin həlli prosesində şagirdlərin optimallaşdırma fəaliyyəti alqoritmlərinin reallaşdırılmasını nümunələr üzərində illüstrasiya edək.

Məsələ 1. 60 m uzunluğunda məftildən düzbucaqlı modeli alındı. Düzbucaqlının tərəfləri hansı ölçülərdə olsa, sahəsi ən böyük olar?

Həlli.*1-ci addım.* Məsələnin şərtini oxuyub dərk edirik və məsələnin şərtinə uyğun şəkil çəkirik (şəkil 1).



Şəkil 1

2-ci addım. Düzbucaqlının uzunluğunu x ilə və enini y ilə işarə edək. Düzbucaqlının perimetri verilmiş uzunluq olur. Onda $2(x+y)=60 \Leftrightarrow x+y=30 \Leftrightarrow y=30-x$. Düzbucaqlının sahəsi: $S=xy=x(30-x)=30x-x^2$

3-cü addım. Düzbucaqlının sahəsinin onun uzunluğundan asılılığını ifadə edən bərabərlik aşağıdakı kimi olacaqdır.

$$S(x)=30x-x^2$$

4-cü addım. Funksiyanın təyin oblastını tapaq. Düzbucaqlının tərəfi $0 \le x \le 30$ şərtini ödəməlidir.

$$S(x)=30x-x^2$$

5-ci addım. Funksiyasının $[0;30]$ parçasında ən böyük qiymətini tapaq.

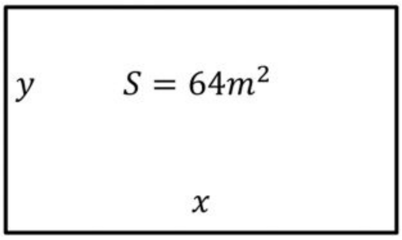
$$S'(x)=30-2x=0 \Longrightarrow x=15 \in [0;30]$$

$$S(0)=0; S(15)=30\cdot 15-15^2=450-225=225$$

$$S(30)=30\cdot 30-30^2=0$$

Cavab:$x=15\,m, y=15\,m.$

Məsələ 2. Düzbucaqlının sahəsi 64 $m^2-dir.$ onun tərəfləri hansı ölçülərdə olsa, perimetri ən kiçik olar?



Şəkil 2

Həlli. *1-ci addım*. Məsələnin şərtini öxuyub dərk edirik və məsələnin şərtinə uyğun şəkil çəkirik (şəkil 2)**.**

2-ci addım. Düzbucaqlının tərəflərini x və y ilə işarə edək. Onda sahəsi $x\cdot y=64 \Leftrightarrow y=\frac{64}{x}$ olar.

3-cü addım. Düzbucaqlının perimetri isə $P(x)=2\left(x+\frac{64}{x}\right)$olar.

4-cü addım. Düzbucaqlının tərəfinin ala biləcəyi qiymət $0<x\le 64$ şərtini ödəməlidir.

5-ci addım. Funksiyanın $(0{,}64]$ aralığında ekstremumunu tapaq.

$$P(x)=2\left(x+\frac{64}{x}\right)=2x+\frac{128}{x}$$

$$P'(x)=2-\frac{128}{x^2}=\frac{2x^2-128}{x^2}=0 \Longrightarrow x=8 \in (0;64)$$

$$P(8)=2\cdot 8+\frac{64}{8}=24$$

Cavab: $x = 8\,m, y = 8\,m.$

Məsələ 3. Şirkət oturacağı kvadratşəkilli olmaqla səthinin sahəsi 192 m^2 olan ağzıaçıq qutular istehsal etməyi planlaşdırır. Qutunun ölçüləri necə olmalıdır ki, onun həcmi maksimum olsun?

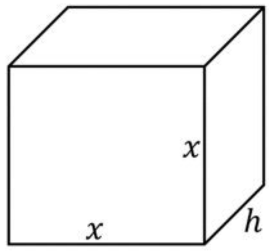
Həlli. *1-ci addım*. Məsələnin şərtini oxuyub dərk edirik və şərtə uyğun şəkil çəkirik (şəkil 3).

2-ci addım. Qutunun oturacağının tərəfini x ilə, hündürlüyünü isə h hərfi ilə işarə edək. Qutunun oturacağı kvadratşəkilli olduğuna görə onun həcmi $V = x^2h$ olar. Qutunun səthinin sahəsi = 4 yan üzünün sahəsi +1 oturacağının sahəsi.

$$S = 4xh + x^2 \Leftrightarrow 4xh + x^2 = 192 \Leftrightarrow h = \frac{192 - x^2}{4x}$$

3-cü addım. Funksiyanın qurulması. h-ın bu qiymətini həcm düsturunda yerinə yazaq.

$$V(x) = \frac{192 - x^2}{4x} \cdot x^2 = 48x - \frac{x^3}{4}$$



Şəkil 3

4-cü addım. İndi məsələnin şərtinə görə $V(x)$ funksiyasının təyin oblastını tapaq. Qutunun tərəflərinin uzunluğu mənfi ola bilməz, yəni $x > 0$. Qutu kvadratşəkilli olduğuna görə oturacağın sahəsi $x^2 < 192 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{192}$.

5-ci addım. $V(x)$ funksiyasının $\left(0; \sqrt{192}\right)$ intervalında maksimum qiymətini tapaq.

$$V'(x) = 48 - \frac{3x^2}{4} = \frac{3}{4}(8 - x)(8 + x)$$

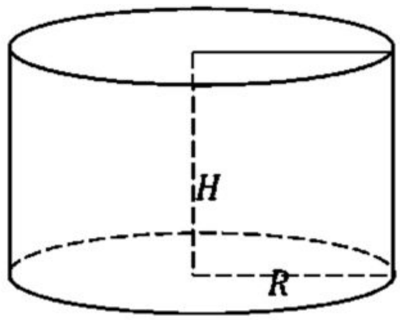
$(8 - x)(8 + x) = 0 \Longrightarrow x = 8$ və $x = -8$ olur. $8 \in \left(0; \sqrt{192}\right); -8 \notin \left(0; \sqrt{192}\right)$

Deməli, baxılan intervalda böhran nöqtəsi $x = 8$ olur. $0 < x < 8$ olduğundan $V'(x) > 0, 8 < x < \sqrt{192}$ olduqda $V'(x) < 0$ olur. deməli $V(x)$ funksiyası $x = 8$ olduqda maksimum qiymət alır. Oturacağın tərəfi 8 olarsa. Onda $h = \frac{192-8^2}{4 \cdot 8} = 4$ olur.

$$V = 8 \cdot 8 \cdot 4 = 256\, m^3$$

Cavab: $x = 8\,m, h = 4\,m.$

Məsələ 4. Dəmir təbəqə lövhədən silindr förmasında, tutumu 2000 kubsm olan, üstdən və altdan bağlı olan çən düzəltmək lazımdır (şəkil 4). Çənin hazırlanmasına ən az material işlənməsi üçün onun ölçüləri necə olmalıdır?



Şəkil 4

Həlli. Məsələnin tələbinə görə çən silindr formasındadır. Silindrin radiusunu R (sm), hündürlüyünü H (sm) işarə edək. Onda silindirin həcmi $V = \pi R^2 H$, tam səthinin sahəsi $S = 2\pi RH + 2\pi R^2$ düsturu ilə hesablanır. $V = 2000\, sm^3$.

1) Funksiyanın qurulması. Məsələnin şərtinə görə:

$\pi R^2 H = 2000.\ H = \frac{2000}{\pi R^2}, S = \frac{4000}{R} + 2\pi R^2.\ R = x$ qəbul edək.

Onda $S(x) = \frac{4000}{x} + 2\pi x^2$ funksiyasını alırıq.

2) $S'(x) = \left(\frac{4000}{x} + 2\pi x^2\right)' = -\frac{4000}{x^2} + 2\pi x$

3) $-\frac{4000}{x^2} + 2\pi x = 0, x^3 = \frac{1000}{\pi}, x = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}} = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$

4) $R = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}, H = \frac{2000}{\pi \sqrt[3]{\left(\frac{1000}{\pi}\right)^2}} = \frac{20}{\sqrt[3]{\pi}}$

İstifadə edilmiş ədəbiyyat

1. Partnership for 21 st Century Skills. URL: www.21 stcenturyskills.org
2. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni kurikulumu (V-XI siniflər) / "Kurikulum" jurnalı, 2011, № 4
3. Qəhrəmanova N. və b. Riyaziyyat-11. Orta məktəb üçün dərslik. Bakı: Radius, 2018, 320s.
4. Пономарев К.К. Курс высшей математики. 2 часть. М.: Высшая школа, 1974, 415 с.

ALGORITHMS FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS IN MATHEMATICS

V.Ahmadov
Mingachevir State University

Abstract: *The article is devoted to the problem of formation and development of students' optimization skills by solving the problems related to finding the extremum in the process of mathematics education. First, the meaning of students' optimization skills is explained. Then, the algorithm of students' actions during solving optimization problems is illustrated on examples.*
Keywords*: problems of finding the maximum and minimum values, optimization problems, students' optimization activity, algorithm*

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

В.У.Ахмедов
Мингячевирский государственный университет

Резюме: *Статья посвящена проблеме формирования и развития у учащихся навыков оптимизации путем решения задач, связанных с нахождением экстремума в процессе обучения математике. Во-первых, объясняется значение навыков оптимизации студентов. Затем на примерах иллюстрируется алгоритм действий студентов при решении оптимизационных задач.*
Ключевые слова*: задачи нахождения максимума и минимума величины, оптимизационные задачи, оптимизационная деятельность студентов, алгоритм*

Elmi redaktor: f.-r.f.d., dos. S.Mustafayev
Çapa təqdim edən redaktor: tex.f.d., dos. A.Əliyeva
Daxil olub: 03.02.2023
Çapa qəbul edilib: 10.02.2023